

DS Classe de Seconde – Statistiques et Probabilités

Exercice 1

Le tableau ci-dessous donne la répartition des notes obtenues à un contrôle de maths par 26 élèves d'une classe de seconde :

Notes	3	5	7	8	10	11	13	14	17
Effectifs	1	2	1	5	4	1	7	3	2

- Calculer la note moyenne arrondie à l'unité.
- Reproduire le tableau et le compléter avec une ligne contenant les effectifs cumulés croissants.
- Quelle est la note médiane de cette série de notes ?
 - Déterminer les premier et troisième quartiles.

Exercice 2

- Au casino Belle-Vue, sur 2 500 lancers de dé, 1 150 ont donné un nombre pair. Faut-il faire une enquête pour utilisation de dés truqués ?
- On a vendu à un grossiste 50 000 appareils électroniques en certifiant qu'au moins 80 % ne présentent aucun défaut de fonctionnement. En prélevant au hasard 400 appareils et en les testant, on s'aperçoit que seulement 70 % n'ont pas de défaut de fonctionnement. Peut-on penser que le grossiste a été trompé ?

Exercice 3

On lance un dé à six faces déséquilibré. On note p_i la probabilité d'obtenir la face marquée i . La loi de probabilité correspondant au lancer de ce dé est donnée par le tableau ci-dessous où la probabilité p_5 d'obtenir la face marquée 5 est inconnue.

i	1	2	3	4	5	6
p_i	0,3	0,1	0,1	0,15	p_5	0,07

- Déterminer la probabilité p_5 .
- On note A l'évènement « obtenir une face marquée d'un nombre pair ». Calculer $p(A)$.

Exercice 4

Une urne contient 100 boules indiscernables au toucher.

- 25 boules sont rouges et numérotées 1 ;
- 15 boules sont rouges et numérotées 2 ;
- 20 boules sont vertes et numérotées 2 ;
- 20 boules sont bleues et numérotées 1 ;
- 10 boules sont jaunes et numérotées 1 ;
- 10 boules sont jaunes et numérotées 2.

On tire au hasard une boule de l'urne. Soient A et B les évènements :

- A : « la boule tirée est rouge » ;
 - B : « la boule tirée porte un numéro 2 ».
- Déterminer $p(A)$ et $p(B)$ les probabilités de chacun des évènements A et B.
 - Définir par une phrase l'évènement $A \cap B$ et calculer sa probabilité.
 - Déduire des questions précédentes $p(\bar{A})$ et $P(A \cup B)$.

Exercice bonus

Lors d'un jeu télévisé (Let's Make a Deal!), le présentateur (Monty Hall) montrait trois portes fermées au candidat et affirmait que derrière l'une d'entre-elles se cachait un cadeau (une voiture) et qu'il suffisait d'indiquer la bonne porte pour gagner.

En supposant que l'emplacement du cadeau a été choisi au hasard et qu'il y a équiprobabilité, le candidat a une chance sur trois de désigner la bonne porte.

Pour l'instant on n'ouvre pas cette porte.

Ensuite le présentateur ouvre l'une des deux portes autre que celle qui a été choisie et autre que celle qui cache la voiture.

Le candidat a le choix entre maintenir son premier choix ou le modifier. Que lui conseillez-vous de faire ?

Exercice 1 (6 points)

1. $M = \frac{1 \times 3 + 2 \times 5 + 1 \times 7 + 5 \times 8 + 4 \times 10 + 11 + 7 \times 13 + 3 \times 14 + 2 \times 17}{26} = \frac{278}{26} \approx 10,7$
- 2.

Notes	3	5	7	8	10	11	13	14	17
Effectifs	1	2	1	5	4	1	7	3	2
Effectifs cumulés croissants	1	3	4	9	13	14	21	24	26

3. a. La note médiane de cette série de notes est située entre la 13^{ème} et la 14^{ème} note, rangées dans l'ordre, soit entre 10 et 11, on peut prendre **10,5**.
- b. Le premier quartile est la première valeur de la série pour laquelle la fréquence cumulée croissante 0,25 est atteinte ou dépassée, soit la 7^{ème} valeur, c'est-à-dire **8**.
Le troisième quartile est la première valeur de la série pour laquelle la fréquence cumulée croissante 0,75 est atteinte ou dépassée, soit la 20^{ème} valeur, c'est-à-dire **13**.

Exercice 2 (4 points)

1. Il s'agit ici de prendre une décision : le dé est-il truqué ou non ?
On fait l'hypothèse que les dés ne sont pas truqués : il y a alors autant de chances d'obtenir un nombre pair qu'un nombre impair.
On assimile la situation à un échantillon de taille $n = 2500$, avec une probabilité $p = 0,5$ d'obtenir un nombre pair.

Comme $\frac{1}{\sqrt{n}} = \frac{1}{\sqrt{2500}} = \frac{1}{50} = 0,02$, l'intervalle de fluctuation est : $I = [0,5 - 0,02; 0,5 + 0,02]$, c'est-à-dire $I = [0,48; 0,52]$.

La fréquence observée est $\frac{1150}{2500} = 0,46$, elle n'appartient pas à l'intervalle I , on rejette donc l'hypothèse que les dés ne sont pas truqués, une enquête s'impose !

2. On assimile la situation à un échantillon de taille $n = 400$, avec une probabilité $p = 80\%$ d'appareils ne présentant aucun défaut de fonctionnement.

Comme $\frac{1}{\sqrt{n}} = \frac{1}{\sqrt{400}} = 0,05$, l'intervalle de fluctuation est : $I = [0,8 - 0,05; 0,8 + 0,05]$, c'est-à-dire $I = [0,75; 0,85]$.

La fréquence observée est 70 %, elle n'appartient pas à l'intervalle I , on rejette donc l'hypothèse que 80 % des appareils sont sans défaut, le grossiste a été trompé !

Exercice 3 (4 points)

1. L'expérience a six issues, donc on a $p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 = 1$, soit $0,3 + 0,1 + 0,1 + 0,15 + p_5 + 0,07 = 1$, d'où $p_5 + 0,72 = 1$, donc $p_5 = 0,28$.
2. $p(A) = p_2 + p_4 + p_6 = 0,1 + 0,15 + 0,07 = 0,32$.

Exercice 4 (6 points)

1. Les boules sont indiscernables au toucher et on tire au hasard une boule, donc on est dans une situation d'équiprobabilité. Parmi les 100 boules il y en a $25 + 15 = 40$ boules rouges.

On peut donc écrire $p(A) = \frac{40}{100} = 0,4$.

Parmi les 100 boules il y en a $15 + 20 + 10 = 45$ boules numérotées. On peut donc écrire

$p(B) = \frac{45}{100}$ les probabilités de chacun des événements A et B.

2. L'évènement $A \cap B$ est : « la boule tirée est rouge et numérotée 2 ». $P(A \cap B) = \frac{15}{100} = 0,15$.
3. $p(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,4 = 0,6$.
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,4 + 0,45 - 0,15 = 0,7$.

Exercice bonus

Lorsque le candidat maintient son choix sa probabilité de gagner est $\frac{1}{3}$.

(C'est la probabilité de désigner la bonne porte lorsque les trois sont fermées).

Sinon, lorsqu'il change de porte, l'événement est contraire du précédent et la probabilité de gagner est donc $\frac{2}{3}$.

(Pour un même premier choix et une même position du cadeau derrière une porte, trouver la bonne porte par l'une des stratégies correspond à ne pas la trouver par l'autre).